Universidade Federal do Pará
Centro de Ciências Exatas e Naturais
Departamento de Física
Laboratório Básico I

Experiência 05
TRABALHO E ENERGIA NUMA MOLA

1) OBJETIVOS

a. Calcular o trabalho realizado por uma força ao distender uma mola.

b. Analisar as trocas de energia quando um corpo, suspenso por uma mola, oscila em torno de sua posição de equilíbrio.

2) FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A energia mecânica total é $E = K + U$, e de acordo com a lei da conservação da energia ela se conserva. A expressão do deslocamento é

$$x = A\cos(\omega t + \gamma)$$

A função cosseno pode assumir apenas os valores -1 e $+1$. O deslocamento x, em relação a posição de equilíbrio $x = 0$ tem valor máximo A e $A = x_{\text{max}}$ é a amplitude do movimento. A energia potencial em qualquer instante pode ser calculada como o trabalho realizado pela força quando ela se move da posição inicial a uma posição final onde a energia potencial é definida como zero. Tomando esta posição final como a posição de equilíbrio $x = 0$ podemos escrever:

$$U = \int_x^0 f(x)dx = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos(\omega t + \gamma),$$

que apresenta o valor máximo $\frac{1}{2}kA^2$. Durante o movimento a energia potencial varia entre zero e este valor máximo. A energia cinética é

$$K = \frac{1}{2}mv^2,$$

porém

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \gamma) \\ v^2 &= \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \gamma), \end{aligned}$$

onde

$$\omega^2 = \frac{k}{m},$$

pois para que

$$x = A\cos(\omega t + \gamma)$$

seja a solução da equação

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

que é a equação do M.H.S., é necessário fazer

$$\frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \gamma) \qquad \text{e} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \gamma)$$

igualando teremos:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad \text{e} \qquad -\omega^2 A \cos(\omega t + \gamma) = -\frac{k}{m}x$$

como

$$x = A\cos(\omega t + \gamma) \qquad \text{e} \quad -\omega^2 x = -\frac{k}{m}x$$

logo

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \ .$$

A energia cinética será portanto

$$K = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \gamma)$$

cujo valor máximo será

$$K = \frac{1}{2}kA^2$$

e durante o movimento ela varia entre zero e este valor. A energia mecânica total em qualquer instante é a soma da cinética com a potencial, portanto

$$E = K + U = \frac{1}{2}kA^2 \left[\sin^2(\omega t + \gamma) + \cos^2(\omega t + \gamma)\right]$$

o que nos da

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Daí se conclui que a energia mecânica total é constante e igual a $\frac{1}{2}kA^2$. Quando o deslocamento for máximo a energia cinética é nula e a potencial será $\frac{1}{2}kA^2$. Na posição de equilíbrio a cinética é $\frac{1}{2}kA^2$e a potencial é nula. Nas posições intermediárias, os dois tipos de energia terão valores tais que sua soma terá sempre o valor $\frac{1}{2}kA^2$.

Da expressão geral

$$K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

temos que

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

logo teremos que

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}$$

quando $x = 0 \Rightarrow v = máx$ e quando $x = A \Rightarrow v = 0$.

Quando analisamos um gráfico *Força* X *Deslocamento*, a área do gráfico representa o trabalho realizado. Isto se verifica para qualquer força, mesmo para as mais complicadas.

3 - MATERIAL NECESSÁRIO

- Tripé
- Duas hastes suportes para fixação das molas
- Molas helicoidais
- Um conjunto de pesos
- Escala milimetrada
- Um gancho para acoplamento

4 - ATIVIDADES

4.1 - Considere o seu gráfico do item 4.3 da experiência anterior. Que tipo de força é esta? Ela é constante? É válida a expressão $W = Fx\cos\alpha$, para o cálculo do trabalho? Justifique.

4.2 - Qual o agente externo que aplicou esta força?

4.3 - Como você calcularia o trabalho realizado pela força gravitacional para deslocar a massa de 0 até x, a partir do gráfico?

4.4 - Prove que este trabalho vale $\frac{Fx}{2}$

4.5 - A expressão do trabalho, realizado pelo agente que aplica a força que distende a mola, é do tipo $\frac{1}{2}k\_\_\_$

4.6 - Coloque a massa com gancho suspensa por uma das molas cuja constante k já tenha sido determinada: $k =\_\_\_\ N/m$

4.7 - Este x_0, será o nosso nível de referência no momento. Qual a elongação sofrida por esta mola ao adicionarmos uma massa móvel com peso 100 gf ao lastro?

4.8 - Calcule o trabalho realizado pela aplicação da força-peso adicionada para distender a mola da elongação acima.

4.9 - A força-peso é aplicada pelo campo gravitacional terrestre; logo, o trabalho para deslocar a mola também é realizado pelo campo gravitacional terrestre. Para realizar este trabalho houve necessidade de transitar energia pelo sistema. De onde veio a energia necessária?

4.10 - Como a energia não pode ser destruída, onde fica armazenada a energia que foi necessária para distender a mola? Esta energia recebe agora o nome de energia potencial elástica. Adicione mais duas massas ao sistema e calcule a energia potencial elástica, armazenada na mola, considerando a sua deformação a partir de x_0.

4.11 - Esta energia potencial, armazenada na mola, pode realizar trabalho a qualquer momento, bastando para isto remover o agente externo que a impede. Vejamos o seguinte caso: desconsidere a energia potencial armazenada na mola até o momento e anote a posição de equilíbrio atual: x_{01} =___

4.12 - Puxe as massas suspensas com velocidade constante, mantendo-as 10 mm abaixo do ponto de equilíbrio x_{01}. Determine a quantidade de energia necessária para deslocar as massas a partir de x_{01} até a nova posição final.

4.13 - Qual o depósito energético que se fez na mola para deixá-la nesta nova posição de equilíbrio, a partir de x_{01}?

4.14 - Solte as massas. O que você observa quando elas atingem o ponto de equilíbrio x_{01}? Qual o valor da energia potencial elástica neste ponto (x_{01})?

4.15 - Se a energia não pode ser destruída, como você justifica este fato?

4.16 - Qual o nome desta nova modalidade de energia?

4.17 - Pelo princípio da conservação de energia, quanto vale essa energia cinética no ponto x_{01} (intermediário da oscilação)? Por que?

4.18 - O que ocorre com a energia potencial elástica e a cinética no ponto oposto ao que a mola foi solta? Quanto valem?

4.19 - Quanto deve valer a soma dessas energias em qualquer ponto da trajetória do corpo suspenso?

4.20 - Qual a expressão matemática que relaciona estas energias? (identifique cada termo da mesma)

4.21 - Determine, matematicamente, os valores da energia potencial e cinética, ao passar o móvel pela posição $x = 4$ mm abaixo de x_{01}.

4.22 - Qual a velocidade do móvel neste instante?

5. BIBLIOGRAFIA

1. RESNICK, R. , HALIDAY, D. , *Fundamentos da Física*, Volumes I e II, 6^aEdição, Livros Técnicos Científicos, 1996
2. SERWAY, R. A., *Física*, Volumes I e II, , 3^aEdição, Livros Técnicos e Científicos, 1992.
3. RAMOS, Luis Antônio Macedo, *Física Experimental*, Porto Alegre, Mercado Aberto, 1984.
4. DANO, Higino S., *Física Experimental I e II*, Caxias do Sul, Editora da Universidade de Caxias do Sul, 1985.
5. SILVA, Wilton Pereira, CLEIDE M. D. , *Tratamento de Dados Experimentais*, 2^aEdição, João Pessoa, Editora Universitária, 1998.
6. VUOLO, Jose Henrique, *Fundamentos da Teoria de Erros*, 2^aEdição, Editora Edgar BLUCHER
5. CRUZ, Carlos H. B., FRAGNATO H. L., *Guia para Física Experimental*, Instituto de Física Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, 1997
7. GOLDEMBERG, JOSÉ, *Física Geral e Experimental*, Volume I.