

Universidade Federal do Pará
Centro de Ciências Exatas e Naturais
Departamento de Física
Laboratório Básico I

Experiência 06
PLANO INCLINADO

1. OBJETIVOS

Ao término da experiência o aluno deverá ser capaz de:

- a. Determinar a força máxima de atrito estático entre duas superfícies.
- b. Determinar os coeficientes de atrito estático e cinético entre duas superfícies.
- c. Concluir sobre a validade da 1ª Lei de Newton.
- d. Utilizar o plano inclinado para determinação do coeficiente de atrito cinético.
- e) Calcular velocidade e aceleração de um cilindro que rola sobre um plano inclinado
- f) Determinar o valor mínimo da força de atrito necessária para o rolamento
- g) Calcular o momento de inércia do cilindro

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Um corpo em repouso, apoiado numa superfície horizontal, aplica sobre esta uma força F de compressão, cuja intensidade é igual à do seu peso. A superfície de apoio exerce no corpo uma força N de reação, que pôr ser perpendicular às superfícies de contato é chamada de reação normal de apoio.

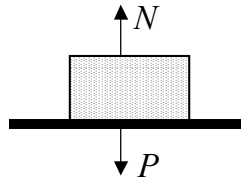


Figura 01

Considere um corpo apoiado sobre um plano inclinado, que forma um ângulo α com a horizontal.

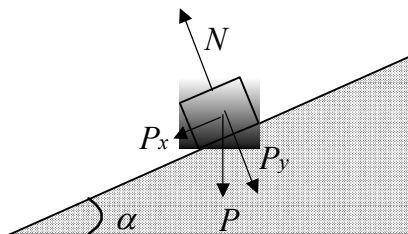


Figura 02

Duas forças atuam no corpo; o peso P , vertical para baixo, e a reação normal de apoio N , perpendicular ao plano inclinado.

Decompondo o peso P em duas componentes, uma P_x , paralela ao plano, e outra P_y , perpendicular ao plano, a componente P_y anula a reação normal de apoio N e a componente P_x é a resultante que faz o corpo descer.

A partir do triângulo retângulo da figura obtemos a intensidade das componentes P_x e P_y

$$\sin \alpha = \frac{P_x}{P} \implies P_x = P \sin \alpha \quad (1)$$

$$\cos \alpha = \frac{P_y}{P} \implies P_y = P \cos \alpha \quad (2)$$

Se lançarmos um bloco de massa m com velocidade inicial v_0 sobre uma mesa horizontal, ele acabará parando. Isto significa que enquanto o bloco se move, ele possui uma aceleração média a , de sentido oposto ao de seu movimento. Então, podemos dizer que a mesa exerce uma força de atrito, cujo valor médio é ma , sobre o bloco que desliza.

Sempre que a superfície de um corpo escorrega sobre a de outro, cada corpo exerce sobre o outro uma força paralela às superfícies. A força de atrito sobre cada corpo tem sentido oposto ao seu movimento em relação ao outro corpo. As forças de atrito se opõem ao movimento, nunca o favorecem. Mesmo quando não há movimento relativo, podem existir forças de atrito entre as superfícies e são chamadas "forças de atrito estático". A força máxima de atrito estático será igual à força mínima necessária para começar o movimento. As forças que atuam entre superfícies em movimento relativo denominam-se de "forças de atrito cinético".

A força de atrito estático f_e , entre um par de superfícies é aproximadamente independente da área de contato e é proporcional à força normal, logo

$$f_e \leq \mu_e N \quad (3)$$

onde μ_e é o coeficiente de atrito estático e N o módulo da força normal. O sinal de igualdade só é válido quando f_e assume seu valor máximo.

A força de atrito cinético f_c , obedece às mesmas leis do atrito estático e é razoavelmente independente da velocidade com a qual cada superfície se move em relação à outra, logo

$$f_c = \mu_c N \quad (4)$$

sendo μ_c o coeficiente de atrito

Geralmente para um dado par de superfícies, $\mu_e > \mu_c$. Os valores reais de μ_e e μ_c , dependem da natureza das duas superfícies em contato, grau de polimento, umidade, contaminação, etc.

A força de atrito que se opõe a um corpo que rola sobre outro é muito menor que no movimento de deslizamento, devido ao fato de que, no rolamento, as soldas microscópicas nos contatos são "descascadas" e não "cortadas", como no atrito de escorregamento.

Vamos considerar um bloco em repouso sobre um plano inclinado que forma um ângulo θ , com a horizontal. Aumentando-se a inclinação, verifica-se que para um valor θ_e , o bloco começa a escorregar.

As forças que atuam no bloco são

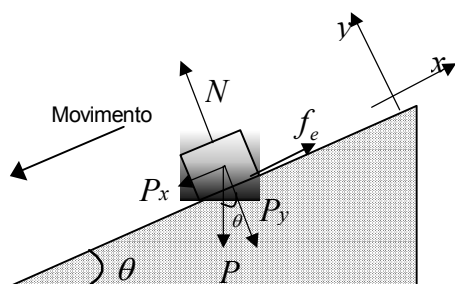


Figura 03

Como o bloco está em repouso, vetorialmente, tem-se

$$\mathbf{N} + \mathbf{f}_e + \mathbf{P} = 0 \quad (5)$$

Decompondo as forças segundo os eixos O_x e O_y , obtém-se

$$N - P \cos \theta = 0 \quad (6)$$

$$f_e - P \sin \theta = 0$$

Aumentando lentamente o ângulo de inclinação, até que o escorregamento apenas comece, teremos

$$N = P \cos \theta \quad (7)$$

$$\mu_e N = P \sin \theta \quad (8)$$

logo

$$\mu_e = \tan \theta \quad (9)$$

Consideremos, agora o caso de um cilindro maciço, de massa m e raio R , rolando para baixo, sem deslizar, em um plano inclinado

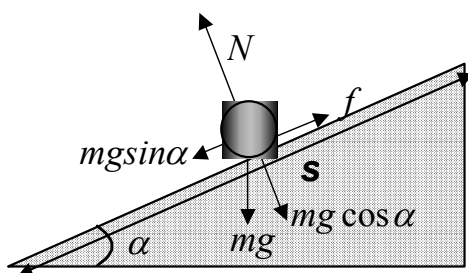


Figura 05

O cilindro está inicialmente em repouso e, ao rolar sobre o plano inclinado, ele perde uma quantidade mgh de energia potencial, sendo h a altura do plano. A energia cinética que ele adquire é dado pôr

$$\frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 \quad (10)$$

onde v é a velocidade linear do centro de massa e w é a velocidade angular em torno do centro de massa, no instante em que o cilindro chega a base do plano. Portanto

$$mgh = \frac{1}{2}Iw^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (11)$$

onde

$$I = \frac{1}{2}mR^2 \quad \text{e} \quad w = \frac{v}{R} \quad (12)$$

logo

$$mgh = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}mR^2 \right) \left(\frac{v}{R} \right)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) mv^2$$

$$v^2 = \frac{4}{3}gh$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh} \quad (13)$$

A velocidade do centro de massa seria $v = \sqrt{2gh}$ se o cilindro deslizesse em um plano inclinado sem atrito. A velocidade do cilindro que rola é menor do que do cilindro que desliza, porque, para o cilindro que rola, parte da energia potencial perdida se transforma em energia cinética de rotação, restando menos energia disponível para a parte translacional da energia cinética.

Observe que é necessário haver atrito estático para ocasionar a rotação do cilindro. Usando a 2ª Lei de Newton, obtemos (figura05)

$$N - mg \cos \alpha = 0 \quad (14)$$

$$mg \sin \alpha - f = ma \quad (15)$$

O movimento de rotação em torno do centro de massa (cm) é analisado pela equação

$$\tau = I\alpha \quad (16)$$

Como nem N , nem mg , podem produzir rotação em torno de cm , porque suas linhas de ação passam por cm e seus braços de alavanca são nulos, o braço de alavanca da força de atrito, em relação a cm , vale R e, então

$$fR = I\alpha \quad (17)$$

onde

$$I = \frac{mR^2}{2} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{a}{R} \quad (18)$$

logo

$$f = \frac{I}{R}\alpha = \frac{1}{2}ma \quad (19)$$

Substituindo em 15, encontramos

$$a = \frac{2}{3}g \sin \alpha \quad (20)$$

Então, a aceleração do centro de massa do cilindro que rola ($2/3g \sin \alpha$) é menor do que a aceleração do centro de massa do cilindro que desliza para baixo ($g \sin \alpha$), ao longo do plano inclinado .

O centro de massa move-se com aceleração linear constante. Logo

$$v^2 = 2as \quad (21)$$

de modo que

$$v^2 = 2\left(\frac{2}{3}g \sin \alpha\right)s = \frac{4}{3}g \frac{h}{s}s = \frac{4}{3}gh \quad (22)$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$$

O valor mínimo da força de atrito estático necessária para o rolamento será

$$f = \frac{1}{2}ma = \frac{1}{2}m \frac{2}{3}g \sin \alpha \quad (23)$$

$$f = \frac{1}{3}mg \sin \alpha \quad (24)$$

3. MATERIAL UTILIZADO

- Dinamômetro de 2N
- Taco com face esponjosa
- Pano inclinado
- Rampa auxiliar
- Cubos de prova metálicos
- Óleo lubrificante
- Paquímetro
- Cilindro
- Régua

4. ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

01. Coloque o taco com a face esponjosa sobre a mesa e conecte o dinamômetro.

02. Inicialmente o corpo se encontra em repouso (relativo à mesa). Mantendo o dinamômetro paralelo à superfície da mesa, aplique ao corpo uma força de 0,2 N. O bloco se moveu?

03. Aumente a intensidade da força até achar um valor capaz de iniciar o movimento. Repita cinco vezes (use a teoria de erros).

04. Qual o valor aproximado da menor força capaz de iniciar o movimento? Qual o valor da força máximo de atrito estático entre as superfícies?

05. Qual é o valor do coeficiente de atrito estático entre as superfícies?

06. Vire o taco de madeira (parte esponjosa para cima) e, proceda como na atividade anterior. Neste caso, qual o valor aproximado da menor força capaz de iniciar o movimento? Qual o valor do coeficiente de atrito estático entre as superfícies?

07. Compare as respostas dos itens anteriores e justifique a diferença.

08. Nos dois casos anteriores, você tentou tirar o bloco da situação de repouso aplicando uma força externa, paralela às superfícies em contato. Segundo as leis da mecânica Newtoniana, um corpo em repouso, assim permanecerá, a menos que uma força resultante externa venha atuar sobre ele. Como você justifica o fato das forças externas iniciais embora atuando sobre o corpo, não terem conseguido movimentá-lo?

09. Segundo suas observações, o que você deve admitir para justificar uma resultante externa nula no intervalo em que a força aplicada não é capaz de mover o bloco?

10. É válido afirmar que o valor do μ_e entre duas superfícies dadas é fixo e pode, com toda certeza, ser "tabelado"? Justifique.

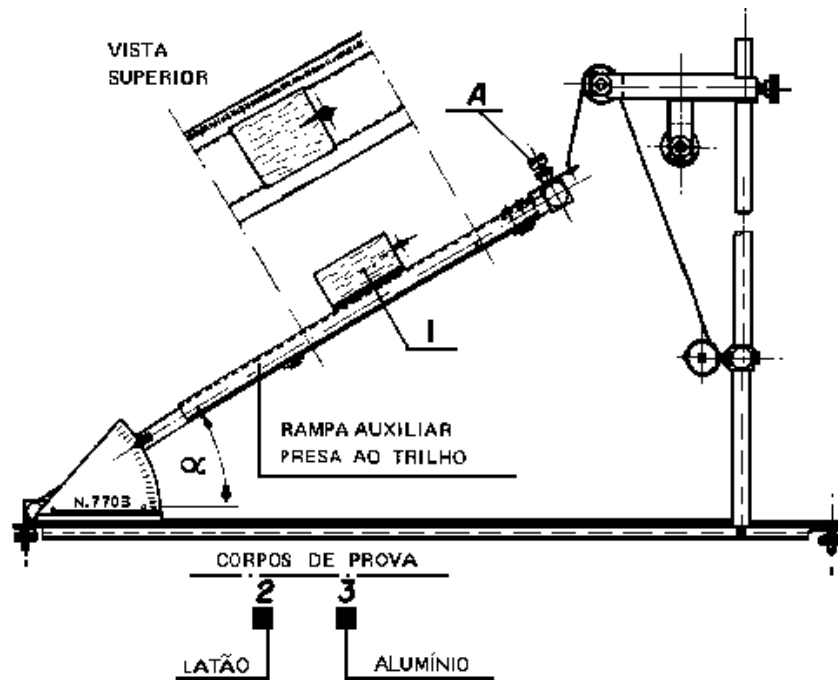
11. Puxe o bloco, segundo a posição indicada no item 1, procurando mantê-lo em baixa velocidade e o mais próximo possível de um movimento retilíneo uniforme. Durante o deslocamento do bloco, peça a um colega para anotar o valor da força aplicada. Refaça cinco vezes a operação (use a teoria de erros) e anote.

12. Determine o valor médio da f_c e, a partir deste, calcule o valor médio (provável) do μ_c entre a esponja e a superfície da mesa.

13. É válido se afirmar que o valor de μ_c , entre duas superfícies dadas, é fixo e pode, com toda certeza, ser "tabelado"? Justifique.

14. Justifique a necessidade das forças de atrito para que possamos : caminhar, parar um veículo, riscar um papel, mexer o alimento no interior de uma panela, etc.

15. Monte o equipamento conforme a figura abaixo



16. Determine o peso do taco de madeira e anote. Repita cinco vezes (use a teoria de erros).

17. Com o taco de madeira sobre a rampa auxiliar (parte esponjosa para baixo), incline a rampa 15° . Faça o diagrama de forças atuantes sobre o taco e justifique o motivo pelo qual o móvel não desce a rampa.

18. Neste caso, qual é o valor da força de atrito estático (f_e)?

19. Eleve o sistema dando pequenas batidas (na rampa) até começar o deslizamento. Em seguida, diminua a inclinação até obter um movimento bastante vagaroso do móvel (não se preocupe em obter um movimento perfeito, isto é impraticável nesta atividade). Anote o valor do ângulo para o qual ocorreu um deslizamento aproximadamente uniforme. Repita o procedimento cinco vezes, anotando (para cada caso) o ângulo de ocorrência do movimento (aproximadamente uniforme).

20. Faça o diagrama das forças atuantes sobre o móvel, considerando o ângulo médio de ocorrência do movimento (aproximadamente) uniforme, e verifique a validade das expressões

$$N = mg \cos \alpha \quad \text{e} \quad f_c = mg \sin \alpha$$

21. Como $f_c = \mu_c N$ e considerando as expressões do item 20, prove que

$$\mu_c = \tan \alpha$$

22. A partir do α médio determinado e da expressão do item 21, calcule o μ_c entre as superfícies envolvidas (esponja e rampa).

23. Coloque um dos corpos de prova metálico sobre a rampa, verifique o valor médio do ângulo de ocorrência do movimento “uniforme” e determine o coeficiente de atrito dinâmico μ_c entre as superfícies do corpo de prova selecionado e da rampa.

24. Proceda igualmente com o outro corpo de prova metálico e determine o μ_c entre as superfícies de deslizamento.

25. Passe uma película de óleo lubrificante sobre a rampa e refaça os itens 22 e 23. Descreva o observado e procure justificar as diferenças nos valores obtidos.

26. Retire a rampa auxiliar. E com a ajuda do paquímetro, meça o raio do cilindro (cinco vezes). Anote o valor médio.

27. Coloque o cilindro sobre os trilhos do plano, e eleve gradativamente, o plano, até conseguir o movimento, anote o ângulo de inclinação α . Repita cinco vezes (use a teoria de erros).

28. Qual o valor da aceleração média adquirida pelo cilindro?

29. Meça a altura h do plano inclinado e determine a velocidade no final do plano.

30. Qual o valor mínimo da força de atrito estático necessária para o rolamento?

31. Quais as formas de energia envolvidas neste processo?

32. Calcule o momento de inércia do cilindro e compare com o valor tabelado. Justifique as possíveis diferenças.

5. BIBLIOGRAFIA

1. RESNICK, R. , HALIDAY, D. , *Fundamentos da Física*, Volumes I e II, 6ª Edição, Livros Técnicos Científicos, 1996
2. SERWAY, R. A., *Física*, Volumes I e II, , 3ª Edição, Livros Técnicos e Científicos, 1992.
3. RAMOS, Luis Antônio Macedo, *Física Experimental*, Porto Alegre, Mercado Aberto, 1984.
4. DANO, Higino S., *Física Experimental I e II*, Caxias do Sul, Editora da Universidade de Caxias do Sul, 1985.
5. SILVA, Wilton Pereira, CLEIDE M. D. , *Tratamento de Dados Experimentais*, 2ª Edição, João Pessoa, Editora Universitária, 1998.
6. VUOLO, Jose Henrique, *Fundamentos da Teoria de Erros*, 2ª Edição, Editora Edgar BLUCHER
5. CRUZ, Carlos H. B., FRAGNATO H. L., *Guia para Física Experimental*, Instituto de Física Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, 1997
7. GOLDEMBERG, JOSÉ, *Física Geral e Experimental*, Volume I.